

第1讲 平行四边形（练习）

一、平行四边形的性质

1. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle B + 24^\circ$ ，那么 $\angle D$ 等于（ ）。

A. 65° B. 78° C. 85° D. 95°

【答案】 B

【解析】 在平行四边形 $ABCD$ 中，

$$\therefore \angle B = \angle D, \angle A + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle B + 24^\circ,$$

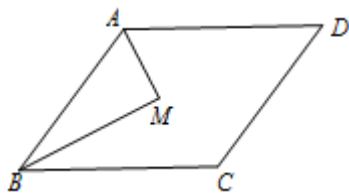
$$\therefore \angle B = 78^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle B = 78^\circ.$$

故选B.

【标注】 【知识点】 根据平行四边形角的性质计算与证明

2. M 为平行四边形 $ABCD$ 两个角平分线 AM 和 BM 的交点， $AM = 3$ ， $BM = 4$ ，平行四边形 $ABCD$ 的周长为18，则 $BC =$ _____.

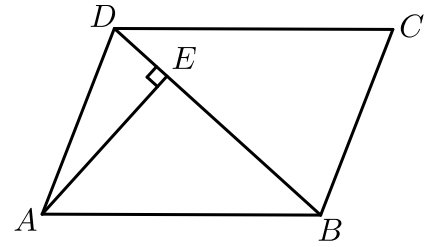


【答案】 4

【解析】 由于 AM 、 BM 均为角平分线，故 $\angle AMB = 90^\circ$ ，则由勾股定理可得 $AB = 5$ ，即可得 $BC = 4$ 。

【标注】 【知识点】 平行四边形与角平分线结合

3. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $DB = DC$ ， $\angle C = 70^\circ$ ， $AE \perp BD$ 于 E ，则 $\angle EAB$ 的度数为 _____。

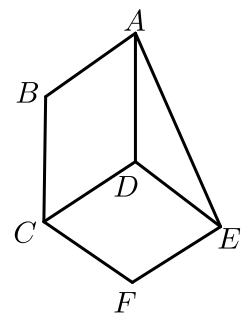


【答案】 50°

【解析】 $\because DC = BD$,
 $\therefore \angle C = \angle DBC = 70^\circ$,
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 ,
 $\therefore AD \parallel BC$, $\angle C = 70^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = 110^\circ$,
 $\therefore \angle ABD = 40^\circ$,
 $\because AE \perp BD$ 于 E ,
 $\therefore \angle AED = 90^\circ$,
 $\therefore \angle EAB = 50^\circ$,
 故答案为 : 50° .

【标注】 【知识点】 根据平行四边形边的性质计算与证明

4. 如图，平行四边形 $ABCD$ 与平行四边形 $CDEF$ 的周长相等，且 $\angle BAD = 60^\circ$ ， $\angle F = 100^\circ$ ，则 $\angle DAE$ 的度数为（ ）。



- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

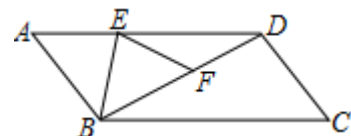
【答案】 A

【解析】 $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 与平行四边形 $CDEF$ 的周长相等，且 $CD = CD$,
 $\therefore AD = DE$,
 $\therefore \angle DAE = \angle DEA$,

$$\begin{aligned}\because \angle BAD = 60^\circ, \angle F = 100^\circ, \\ \therefore \angle ADC = 120^\circ, \angle CDE = \angle F = 100^\circ, \\ \therefore \angle ADE = 360^\circ - 120^\circ - 100^\circ = 140^\circ, \\ \therefore \angle DAE = (180^\circ - 140^\circ) \div 2 = 20^\circ.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】根据平行四边形边的性质计算与证明

5. 如图， E 为平行四边形 $ABCD$ 边 AD 上一点，将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折得到 $\triangle FBE$ ，点 F 在 BD 上，且 $EF = DF$ ， $\angle C = 56^\circ$ ，那么 $\angle ABE$ 的度数为（ ）.



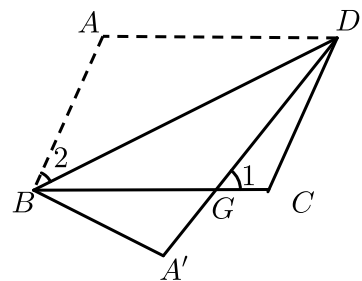
- A. 62° B. 56° C. 48° D. 34°

【答案】C

【解析】 $\because$ 平行四边形 $ABCD$ ，
 $\therefore \angle A = \angle C = 56^\circ$ ， $AC \perp BD$ ， $BO = OD = 2$ ， $AO = OC$ ，
 $\because$ 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折得到 $\triangle FBE$ ，
 $\therefore \angle A = \angle EFB = 56^\circ$ ，
 $\because EF = DF$ ，
 $\therefore \angle EDF = \angle FED = 28^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABF = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABF = 48^\circ$.

【标注】【知识点】平行四边形性质综合应用

6. 如图，将平行四边形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折叠，使点 A 落在点 A' 处， $\angle 1 = \angle 2 = 48^\circ$ ，则 $\angle A'$ 的度数为 _____ .



【答案】 108°

【解析】 $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle DBG,$$

由折叠可得 $\angle ADB = \angle BDG$,

$$\therefore \angle DBG = \angle BDG,$$

$$\text{又} \because \angle 1 = \angle BDG + \angle DBG = 48^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle BDG = 24^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 2 = 48^\circ,$$

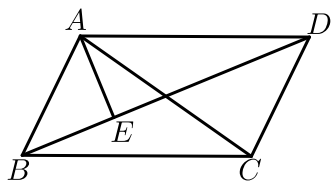
$$\therefore \triangle ABD \text{ 中, } \angle A = 108^\circ,$$

$$\therefore \angle A' = \angle A = 108^\circ.$$

故答案为: 108° .

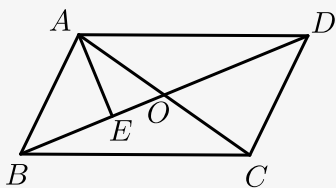
【标注】 【知识点】 根据平行四边形边的性质计算与证明

7. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BD$ 于 E , $\angle EAC = 30^\circ$, $AE = 3$, 则 AC 的长等于 _____.



【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】 方法一: 记 AC 与 BD 交点为 O ,



在直角三角形 AEO 中, $\angle EAC = 30^\circ$, $AE = 3$,

$$\therefore AO = 2\sqrt{3},$$

$\because$ 平行四边形 $ABCD$

$$\therefore AC = 2OA = 4\sqrt{3}.$$

方法二: $\because$ 在直角 $\triangle AOE$ 中, $\cos \angle EAC = \frac{AE}{OA}$

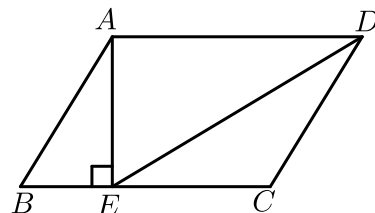
$$\therefore OA = \frac{AE}{\cos \angle EAC} = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3},$$

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AC = 2OA = 4\sqrt{3}.$$

【标注】【知识点】解直角三角形的定义及常见类型

8. 如图所示，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 边上，且 $AE \perp BC$ 于点 E ， ED 平分 $\angle CDA$ ，若 $BE : EC = 1 : 2$ ，则 $\angle BCD$ 的度数为 _____ .



【答案】 120°

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB = CD, AD \parallel BC, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CED, \angle B + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\because ED \text{ 平分 } \angle CDA,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle CED = \angle CDE,$$

$$\therefore CD = EC,$$

$$\therefore AB = EC,$$

$$\because BE : EC = 1 : 2,$$

$$\therefore BE : AB = 1 : 2,$$

$$\text{即 } BE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because AE \perp BC,$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

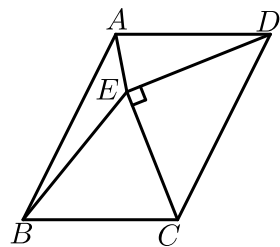
$$\therefore \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 120^\circ.$$

【标注】【知识点】平行四边形性质综合应用

9. 如图，以平行四边形 $ABCD$ 的边 CD 为斜边向内作等腰直角 $\triangle CDE$ ，使 $AD = DE = CE$ ， $\angle DEC = 90^\circ$ ，且点 E 在平行四边形内部，连接 AE 、 BE ，则 $\angle AEB$ 的度数是 () .



A. 120°

B. 135°

C. 150°

D. 45°

【答案】 B

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, \angle BAD = \angle BCD, \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore AD = DE = CE,$$

$$\therefore AD = DE = CE = BC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle AED, \angle CBE = \angle CEB,$$

$$\therefore \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD = 45^\circ,$$

$$\text{设 } \angle DAE = \angle AED = x, \angle CBE = \angle CEB = y,$$

$$\therefore \angle ADE = 180^\circ - 2x, \angle BCE = 180^\circ - 2y,$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - 2x + 45^\circ = 225^\circ - 2x, \angle BCD = 225^\circ - 2y,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - (225^\circ - 2x) = 2x - 45^\circ,$$

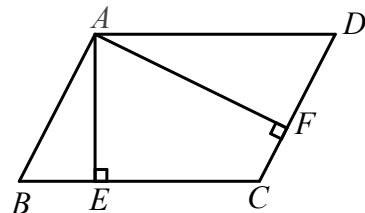
$$\therefore 2x - 45^\circ = 225^\circ - 2y,$$

$$\therefore x + y = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 360^\circ - 135^\circ - 90^\circ = 135^\circ.$$

【标注】【知识点】平行四边形性质综合应用

10. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , $AF \perp CD$ 于点 F , 且 $AE = 3\text{cm}$, $AF = 4\text{cm}$, 若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 28cm , 则平行四边形 $ABCD$ 的面积为 ().



A. 24cm^2

B. 48cm^2

C. 12cm^2

D. 36cm^2

【答案】 A

【解析】 $\because C_{\text{平行四边形}ABCD} = 28\text{cm}$,

$$\therefore BC + CD = 14\text{cm},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AF,$$

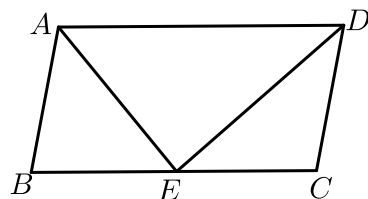
$$\therefore \frac{1}{2} \times BC \times 3 = \frac{1}{2} \times (14 - BC) \times 4,$$

$$\therefore BC = 8,$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形}ABCD} = BC \cdot AE = 8 \times 3 = 24(\text{cm}^2).$$

【标注】【知识点】根据平行四边形边的性质计算与证明

11. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, DE 是 $\angle ADC$ 的平分线, 交 BC 于点 E .



(1) 试说明 $CD = CE$.

(2) 若 $BE = CE$, $\angle B = 80^\circ$, 求 $\angle DAE$ 的度数.

【答案】(1) 证明见解析.

(2) $\angle DAE = 50^\circ$.

【解析】(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CED,$$

$\because DE$ 是 $\angle ADC$ 的平分线,

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle CED = \angle CDE,$$

$$\therefore CD = CE.$$

(2) $\because BE = CE$,

$$\therefore BE = CD,$$

又 $\because$ 平行四边形 $ABCD$,

$$\therefore AB = CD,$$

$$\therefore BE = AB,$$

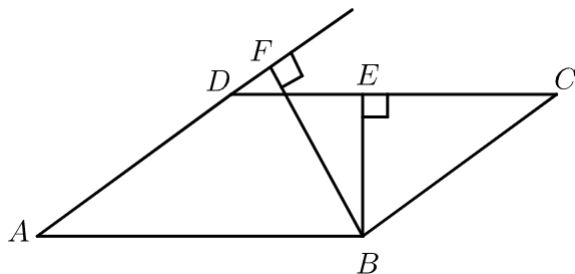
$$\text{又}\because \angle B = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 50^\circ,$$

$$\begin{aligned} &\text{又} \because AD \parallel BC, \\ &\therefore \angle DAE = \angle AEB = 50^\circ. \end{aligned}$$

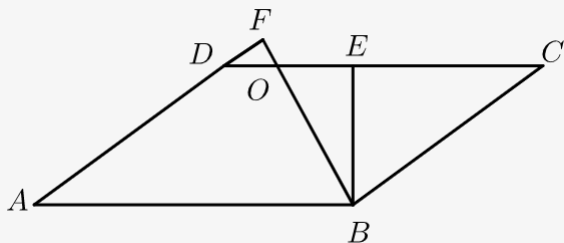
【标注】【知识点】平行四边形与角平分线结合

12. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $BF \perp AD$ 、 $BE \perp DC$ ，垂足分别是 F 、 E ， $\angle EDF = 30^\circ$ ， $BE = 8$ ， $BF = 14$ ，则平行四边形 $ABCD$ 的周长是 _____ .



【答案】88

【解析】方法一：设 DE 与 BF 的交点为 O ，



$$\therefore \begin{cases} \angle FOD = \angle EOB \\ \angle DFO = \angle BEO, \angle EDF = 30^\circ, \end{cases}$$

$$\therefore \angle FDO = \angle EBO = 30^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$$\therefore CB \parallel AD,$$

$$\therefore \angle C = \angle A = \angle FDO = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 8, \therefore BC = 2BE = 16,$$

$$\therefore BF = 14, \therefore AB = 2BF = 28,$$

$$\therefore C_{\text{四边形}ABCD} = 2(AB + BC) = 88.$$

故答案为：88 .

方法二： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

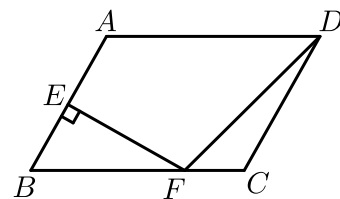
$$\therefore AB \parallel CD, \angle A = \angle C,$$

$$\therefore \angle A = \angle EDF = 30^\circ,$$

$\therefore \angle C = 30^\circ$,
 $\therefore BF \perp AD, BE \perp DC, BF = 14, BE = 8$,
 $\therefore AB = 2BF = 28, BC = 2BE = 16$,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的周长是: $2(AB + BC) = 88$.
 故答案为: 88.

【标注】【知识点】平行四边形的周长与面积

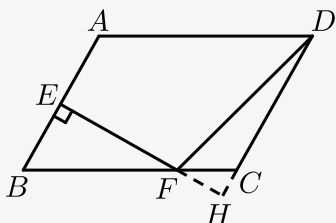
13. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 6, AD = 8, \angle ABC = 60^\circ$, 点 E 是 AB 的中点, $EF \perp AB$ 交 BC 于 F , 连接 DF , 则 DF 的长为 () .



- A. $2\sqrt{13}$ B. 8 C. $5\sqrt{2}$ D. 10

【答案】A

【解析】延长 DC , EF 相交于点 H ,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AB \parallel DC, AB = CD = 6, AD = BC = 8$,
 $\therefore EF \perp AB$,
 $\therefore \angle B = \angle FCH = 60^\circ, \angle BEF = \angle H = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BFE = \angle CFH = 30^\circ$,
 $\therefore E$ 是 AB 的中点,
 $\therefore BE = AE = \frac{1}{2}AB = 3$,
 $\therefore BF = 2BE = 6$,
 $\therefore CF = BC - BF = 2$,
 $\therefore CH = \frac{1}{2}CF = 1$,
 $\therefore FH = \sqrt{CF^2 - CH^2} = \sqrt{3}, DH = CD + CH = 6 + 1 = 7$,

$$\therefore DF = \sqrt{DH^2 + FH^2} = 2\sqrt{13}.$$

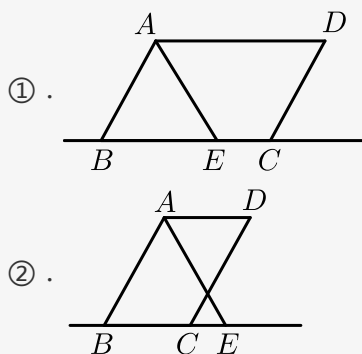
故答案选：A .

【标注】【知识点】平行四边形性质综合应用

14. 在平行四边形 $ABCD$ 中， AE 平分 $\angle BAD$ 并交直线 BC 于点 E ，若 $AB = 3$ ， $CE = 1$ ，则 AD 的长度为 _____ .

【答案】2或4

【解析】如图：



2或4 .

【标注】【知识点】平行四边形与角平分线结合

15. 平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC$ 的角平分线 BE 将边 AD 分成长度为5cm和6cm的两部分，则平行四边形 $ABCD$ 的周长为 _____ cm .

【答案】32或34

【解析】 $\because ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = BC, AB = CD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CBE,$$

$$\because BE \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = AE.$$

$$\text{① 当 } AE = 5 \text{ 时, } AB = 5,$$

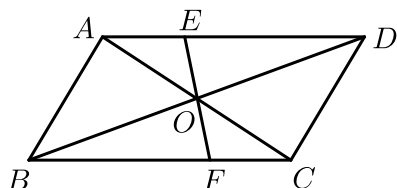
$$C_{\text{平行四边形}ABCD} = 2 \times (5 + 5 + 6) = 32.$$

②当 $AE = 6$ 时, $AD = 6$,

$$C_{\text{平行四边形}ABCD} = 2 \times (5 + 6 + 6) = 34.$$

【标注】【知识点】平行四边形与角平分线结合

16. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , EF 过点 O 与 AD , BC 分别相交于 E , F , 若 $AB = 4$, $BC = 5$, $OE = 1.5$, 那么四边形 $EFCD$ 的周长为().



A. 16

B. 14

C. 12

D. 10

【答案】C

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, AC 、 BD 为对角线,

$$\therefore AB = DC = 4, AD \parallel BC, OA = OC.$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EAO = \angle FCO.$$

在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle CFO$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FCO \\ OA = OC \\ \angle AOE = \angle COF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CFO (\text{ASA}).$$

$$\therefore OE = OF = 1.5,$$

$$AE = CF.$$

$$\therefore C_{\text{四边形}EFCD} = EF + ED + CF + CD$$

$$= EF + ED + AE + CD$$

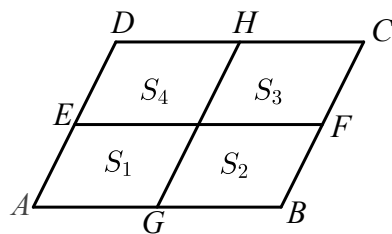
$$= EF + AD + CD$$

$$= 3 + 5 + 4$$

$$= 12.$$

【标注】【知识点】平行四边形与全等综合

17. 如图, 平行四边形 $ABCD$, 平行于边的两条线段 EF , GH 把平行四边形 $ABCD$ 分成四部分, 分别记这四部分的面积为 S_1 , S_2 , S_3 和 S_4 , 则下列等式一定成立的是().



- A. $S_1 = S_3$ B. $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$ C. $S_3 - S_1 = S_2 - S_4$ D. $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$

【答案】 D

【解析】 设平行线 EF 、 DC 之间的距离为 h_1 ， EF 、 AB 之间的距离为 h_2 ，

根据平行四边形的性质知： $S_1 = AG \cdot h_2$ ， $S_4 = DH \cdot h_1 = AG \cdot h_1$ ，

$S_2 = GB \cdot h_2 = (DC - DH) \cdot h_2$ ， $S_3 = HC \cdot h_1 = (DC - DH) \cdot h_1$ ，

A、 HC 及 AG ， h_1 、 h_2 的关系不确定，所以 S_1 不一定等于 S_3 ，故本选项错误；

B、 $S_1 + S_3 = DC \cdot h_1 - DH \cdot h_1 + AG \cdot h_2$ ，

$S_2 + S_4 = DC \cdot h_2 - DH \cdot h_2 + DH \cdot h_1$ ， $\therefore S_1 + S_3 \neq S_2 + S_4$ ，故本选项错误；

C、 $S_3 - S_1 = HC \cdot h_1 - AG \cdot h_2$ ， $S_2 - S_4 = GB \cdot h_2 - DH \cdot h_1$ ，故本选项错误；

D、 $S_1 \times S_3 = HC \cdot h_1 \cdot AG \cdot h_2$ ， $S_2 \times S_4 = GB \cdot h_2 \cdot DH \cdot h_1$ ，

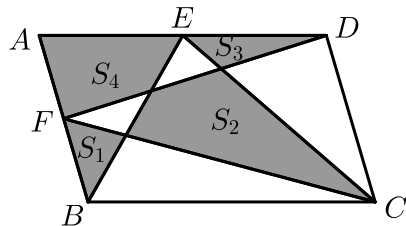
$\therefore HC = GB$ ， $AG = DH$ ，

$\therefore S_1 \times S_3 = S_2 \times S_4$ ，

故本选项正确。故选 D。

【标注】 【知识点】 中心对称等分平行四边形面积

18. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 AD 、 AB 上，依次连接 EB 、 EC 、 FC 、 FD ，图中阴影部分的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 ，已知 $S_1 = 2$ 、 $S_2 = 12$ 、 $S_3 = 3$ ，则 S_4 的值是 _____。



【答案】 7

【解析】 设平行四边形的面积为 S ，则 $S_{\triangle CBE} = S_{\triangle CDF} = \frac{1}{2}S$ ，

由图形可知， $S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle CDF} + S_{\triangle CBE} - S_2 + S_1 + S_4 + S_3$

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{四边形}ABCD} - S_2 + S_1 + S_4 + S_3$ ，

解得 $S_4 = S_2 - S_1 - S_3 = 7$,

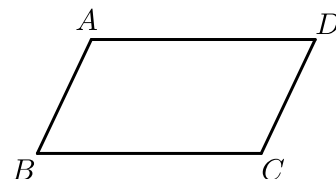
故答案为：7.

【标注】【知识点】平行四边形的周长与面积

二、平行四边形的判定

19. 如图，能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 _____ .

- ① . $AB \parallel CD, AD = BC$
- ② . $AB = CD, AD = BC$
- ③ . $\angle A = \angle B, \angle C = \angle D$
- ④ . $AB = AD, CB = CD$



【答案】②

【解析】由平行四边形判定可知：两组对边分别相等的四边形是平行四边形 .

故答案为：② .

【标注】【知识点】平行四边形的判定-与边有关

20. 下列判断正确的是 () .

- A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形
- B. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
- C. 对角线相等的四边形是平行四边形
- D. 对角线互相垂直的四边形是平行四边形

【答案】B

【解析】A中，一组对边平行，另一组对边相等的四边形可能是平行四边形，也可能是等腰梯形，错误；

B中，一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，正确；

C中，对角线平分且相等的四边形是平行四边形，错误；

D中，对角线互相垂直的四边形不一定是平行四边形，如筝形，错误．

【标注】【知识点】平行四边形的判定-与边有关

21. 已知四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 交于点 O ，如果只给出条件“ $AB//CD$ ”，那么可以判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是（ ）．

①再加上条件“ $BC = AD$ ”，则四边形 $ABCD$ 一定是平行四边形．

②再加上条件“ $\angle BAD = \angle BCD$ ”，则四边形 $ABCD$ 一定是平行四边形．

③再加上条件“ $AO = CO$ ”，则四边形 $ABCD$ 一定是平行四边形．

④再加上条件“ $\angle DBA = \angle CAB$ ”，则四边形 $ABCD$ 一定是平行四边形．

A. ①②

B. ①③④

C. ②③

D. ②③④

【答案】C

【解析】①项，根据等腰梯形的一组对边平行，另一组对边相等，可得到加上条件 $BC = AD$ ，该四边形不一定为平行四边形，故①项错误；

②项，根据 $AB//CD$ ，可得到 $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$ ， $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$ ，加上条件 $\angle BAD = \angle BCD$ ，可得到 $\angle ADC = \angle ABC$ ，两组对角分别对应相等的四边形是平行四边形，故②正确；

③项，根据 $AB//CD$ ，可得到 $\angle BAC = \angle ACD$ ，在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle COD$ 中，
$$\begin{cases} \angle BAC = \angle DCO \\ AO = CO \\ \angle AOB = \angle COD \end{cases},$$

所以 $\triangle AOB \cong \triangle COD$ (ASA)，

则有 $AB = CD$ ，一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，故③正确；

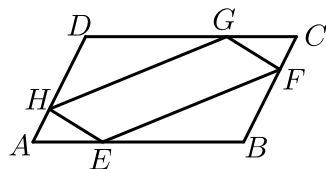
④项，加上条件无法判断 $ABCD$ 一定是平行四边形，故④项错误；

综上所述，正确的有②③，

故选C．

【标注】【知识点】平行四边形的判定-与角有关

22. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 的各边 AB ， BC ， CD ， DA 上，分别取 E ， F ， G ， H ，使 $AE = CG$ ， $BF = DH$ ，求证：四边形 $EFGH$ 为平行四边形．

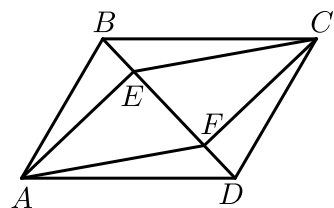


【答案】证明见解析 .

【解析】利用 $\triangle AEH \cong \triangle CGF$, $\triangle AEH \cong \triangle DFE$, 证明 $HE = FG$, $HG = EF$.

【标注】【知识点】平行四边形与全等综合

23. 如图 , 在平行四边形 $ABCD$ 中 , 经过 A , C 两点分别作 $AE \perp BD$, $CF \perp BD$, E , F 为垂足 .



(1) 求证 : $\triangle AED \cong \triangle CFB$.

(2) 求证 : 四边形 $AFCE$ 是平行四边形 .

【答案】(1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

【解析】(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 ,

$$\therefore AD = BC , AD \parallel BC ,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle ADE ,$$

$$\because AE \perp BD , CF \perp BD ,$$

$$\therefore \angle CFB = \angle AED = 90^\circ ,$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFB (\text{AAS}) .$$

(2) $\because \triangle AED \cong \triangle CFB$,

$$\therefore AE = CF ,$$

$$\because AE \perp BD , CF \perp BD ,$$

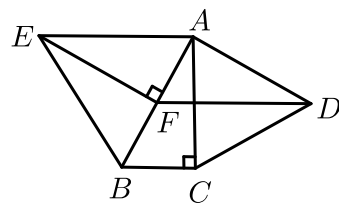
$$\therefore AE \parallel CF ,$$

$$\therefore \text{四边形 } AFCE \text{ 是平行四边形} .$$

【标注】【知识点】平行四边形与全等综合

24.

如图，分别以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AC 及斜边 AB 向外作等边三角形 ACD ，等边三角形 ABE 。已知 $\angle BAC = 30^\circ$ ， $EF \perp AB$ ，垂足为 F ，连接 DF 。



- (1) 试说明 $AC = EF$ 。
 (2) 求证：四边形 $ADFE$ 是平行四边形。

【答案】 (1) 说明见解析。

(2) 证明见解析。

【解析】 (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 30^\circ$ ，

$$\therefore AB = 2BC.$$

又 $\triangle ABE$ 是等边三角形， $EF \perp AB$ ，

$$\therefore AB = 2AF.$$

$$\therefore AF = BC.$$

在 $\text{Rt}\triangle AFE$ 和 $\text{Rt}\triangle BCA$ 中， $\begin{cases} AF = BC \\ AE = BA \end{cases}$ ，

$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle BCA.$$

$$\therefore AC = EF.$$

(2) $\because \triangle ACD$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle DAC = 60^\circ, AC = AD.$$

$$\therefore \angle DAB = \angle DAC + \angle BAC = 90^\circ.$$

$$\therefore EF \parallel AD.$$

$$\because AC = EF, AC = AD,$$

$$\therefore EF = AD.$$

$\therefore$ 四边形 $ADFE$ 是平行四边形。

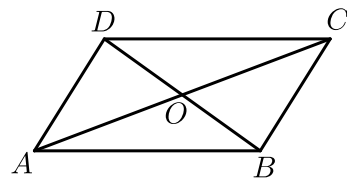
【标注】 【知识点】平行四边形的判定及应用

【知识点】HL

【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

【能力】推理论证能力

如图，四边形 $ABCD$ 中， AC ， BD 相交于点 O ， O 是 AC 的中点， $AD \parallel BC$ ， $AC = 8$ ， $BD = 6$



- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形．
 (2) 若 $AC \perp BD$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积．

【答案】 (1) 证明见解析．

(2) 24．

【解析】 (1) $\because O$ 是 AC 的中点，

$$\therefore OA = OC,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle CBO,$$

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle COB$ 中，

$$\begin{cases} \angle ADO = \angle CBO \\ \angle AOD = \angle COB, \\ OA = OC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB,$$

$$\therefore OD = OB,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

(2) 方法一： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AC \perp BD$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 24.$$

$$\text{方法二：} S_{\text{四边形 } ABCD} = S_{\triangle COD} + S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOD}$$

$$= \frac{1}{2} \times OD \times OC + \frac{1}{2} \times OB \times OC + \frac{1}{2} \times OA \times OB + \frac{1}{2} \times OA \times OD$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$$= 24.$$

【标注】【思想】转化与化归思想

【能力】运算能力

【能力】推理论证能力

【知识点】平行线的性质

【知识点】菱形的判定-从平行四边形

【知识点】菱形的周长与面积

【知识点】平行四边形的判定及应用

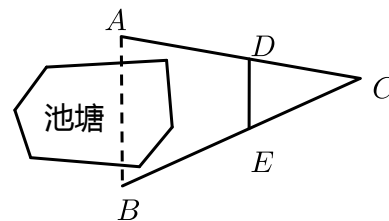
【知识点】AAS

【知识点】全等三角形的对应边与角

三、三角形的中位线

26. 如图，某校园内有一池塘，为得到池塘边的两棵树 A ， B 间的距离，小亮测得了以下数据：

$\angle A = \angle CDE$ ， $AD = DC$ ， $DE = 10\text{m}$ ，则 A ， B 间的距离是（ ）。



A. 10m

B. 15m

C. 20m

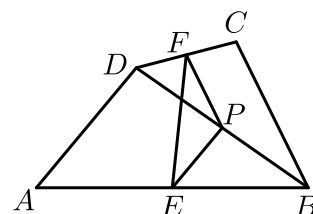
D. 25m

【答案】C

【解析】 $\because \angle A = \angle CDE$ ，
 $\therefore DE \parallel AB$ ，
 $\because AD = DC$ ，
 $\therefore CE = BE$ ，
 $\therefore DE$ 是 $\triangle CAB$ 的中位线，
 $\therefore AB = 2DE = 20\text{m}$ 。
故选C。

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

27. 如图，四边形 $ABCD$ 中，点 P 是对角线 BD 的中点，点 E ， F 分别是 AB ， CD 的中点， $AD = BC$ ， $\angle PEF = 35^\circ$ ，则 $\angle PFE$ 的度数是_____。



【答案】 35°

【解析】 在 $\triangle ABD$ 中, $\because P, E$ 是 BD 和 AB 的中点,

$$\therefore PE = \frac{1}{2}AD \text{ 且 } PE \parallel AD,$$

在 $\triangle DCB$ 中, $\because P, F$ 是 BD 和 CD 的中点,

$$\therefore PF = \frac{1}{2}BC \text{ 且 } PF \parallel BC,$$

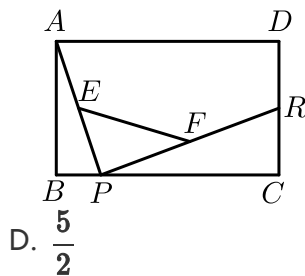
$$\therefore AD = BC,$$

$$\therefore PE = PF,$$

$$\therefore \angle PFE = \angle PEF = 35^\circ.$$

【标注】 【知识点】 中位线定理及其应用

28. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $BC = 3$, 点 P 是 BC 边上任意一点, E, F, R 分别是 AP, RP, CD 的中点, 则 EF 的长为 ().



A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

【答案】 B

【解析】 连接 AR ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle D = 90^\circ,$$

$$AB = DC = 2,$$

$\because R$ 是 CD 的中点,

$$\therefore DR = 1,$$

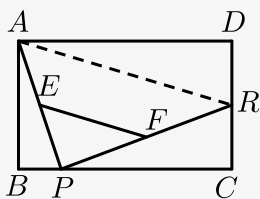
$$\text{由勾股定理得, } AR = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10},$$

$\because E, F$ 分别是 PA, PR 的中点,

$\therefore EF$ 是 $\triangle APR$ 的中位线,

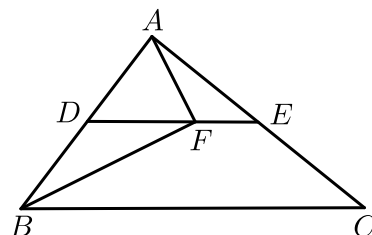
$$\therefore EF = \frac{1}{2}AR = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

故选: B.



【标注】【知识点】矩形的性质

29. 如图， DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线，点 F 在 DE 上，且 $\angle AFB = 90^\circ$ ，若 $AB = 5$ ， $BC = 8$ ，则 $EF =$ _____ .



【答案】1.5

【解析】 $\because \angle AFB = 90^\circ$ ， D 为 AB 的中点，

$$\therefore DF = \frac{1}{2}AB = 2.5,$$

$\because DE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

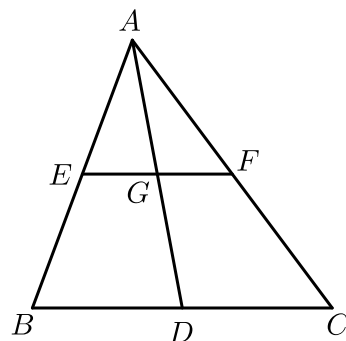
$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC = 4,$$

$$\therefore EF = DE - DF = 1.5,$$

故答案为：1.5 .

【标注】【知识点】中位线定理及其应用

30. 如图， $\triangle ABC$ 的中位线 EF 交中线 AD 于 G ，则 $\triangle AGE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 _____ .



【答案】 $\frac{1}{8}$

【解析】略

【标注】【知识点】中位线定理及其应用